Problema de Ramsey:

Problema del gobierno:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-\ell_t) \quad \text{s.a.}$$

$\sum \frac{G_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} \cdots$

(1) Restricción presupuestal del gobierno.

(2) Restricción de recursos.

(3) Condiciones de optimalidad de hogares y firmas:

- intratemporal
- intertemporal (Euler)
- ~~Restricción presupuestal~~.
- $w_t = F_\ell(k_{t-1}, \ell_t)$
- $q_t = F_k(k_{t-1}, \ell_t)$

precios de eq. en términos de k_{t-1}, ℓ_t.

Por ley de Walras, si 2 de ellas 3 se cumplen, la tercera se cumple.

Al simplificarlo:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, \ell_t) \quad \text{s.a.}$$

- $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} (G_t - T_t) U_c(c_t, H-\ell_t) + (1+r_0) U_c(c_1, H-\ell_1) D_0 = 0$
- $c_t + k_t + G_t = f(k_{t-1}, \ell_t) + (1-\delta) k_{t-1}$
- $U_h(c_t, H-\ell_t) = F_\ell(k_{t-1}, \ell_t) U_c(c_t, H-\ell_t)$
- $U_c(c_t, H-\ell_t) = \beta (F_k(k_t, \ell_{t+1}) + 1-\delta) U_c(c_{t+1}, H-\ell_{t+1})$
- k_0, b_0 dados.

↳ vamos a excluir estas 2 restricciones y a confirmar que al resolver el problema sin ellas, se cumplen

⇒ no son "binding".

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-\ell_t) + \omega \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} (G_t - T_t) U_c(c_t, H-\ell_t) + (1+r_0) U_c(c_1, H-\ell_1) D_0 \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \mu_t \left[f(k_{t-1}, \ell_t) + (1-\delta) k_{t-1} - c_t - k_t - G_t \right]$$

$[c_t]: \ \beta^{t-1} U_c(c_t, H-l_t) + \omega \beta^{t-1}(G_t - T_t) U_{cc}(c_t, H-l_t) - \mu_t = 0$

$[l_t]: -\beta^{t-1} U_l(c_t, H-l_t) - \omega \beta^{t-1}(G_t - T_t) U_{cl}(c_t, H-l_t) + \mu_t F_l(k_{t-1}, l_t) = 0$

$[k_t]: \ \mu_t = \mu_{t+1}\left(F_k(k_t, l_{t+1}) + 1 - \delta\right)$

$[T_t]: \ -\omega \underbrace{\beta^{t-1}} \underbrace{U_c(c_t, H-l_t)} = 0$

$\Rightarrow \omega = 0 \quad \Rightarrow$ restricción presupuestal del gobierno no es binding.

$\Rightarrow$ Problema de Ramsey se reduce a:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(c_t, H - l_t) \quad \text{s.a.}$$

$$c_t + k_t + G_t = F(k_{t-1}, l_t) + (1-\delta) k_{t-1}$$

k_0, b_0 dados.

Este es el problema del planificador central.

Al resolver el problema del planificador central, las condiciones de optimalidad intertemporal e intratemporal se cumplen.

Ramsey taxation con impuestos distorsivos:

- Gobierno financia su gasto público $G_1, G_2, \ldots,$ gravando los ingresos del capital a una tasa τ_t^k y los ingresos a una tasa τ_t^l.
- Restricción presupuestal del gobierno:

$$G_t - D_t = \underbrace{\tau_t^k q_t k_{t-1} + \tau_t^l w_t n_t}_{\text{recolección de impuestos.}} - (1 + r_t^g) D_{t-1}$$

q_t: precio de renta del capital.

Problema del consumidor:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(c_t, H - n_t) \quad \text{s.a.} \quad \bullet\ h_t + n_t = H$$

$$\bullet\ c_t + k_t + b_t = (1 - \tau_t^l) w_t n_t + (1 - \tau_t^k) q_t k_{t-1} + \cancel{(1-\tau_t^{\pi})} \pi_t$$
$$+ (1-\delta) k_{t-1} + (1 + \tilde{r}_{t-1}) b_{t-1}$$

$[c_t]: \beta^{t-1} U_c(c_t, H-l_t) = \lambda_t$

$[n_t]: \beta^{t-1} U_h(c_t, H-l_t) = \lambda_t (1-\tau_t^l) w_t$

$[k_t]: \lambda_t = \lambda_{t+1} \left((1-\tau_{t+1}^k) q_{t+1} + 1 - \delta \right)$

$[b_t]: \lambda_t = \lambda_{t+1} (1+\tilde{r}_t)$

$[\lambda_t]$: restricción presupuestal del hogar.

Condiciones de optimalidad:

- $U_h(c_t, H-l_t) = (1-\tau_t^l) w_t U_c(c_t, H-l_t)$ → intratemp.
- $U_c(c_t, H-l_t) = \beta (1+\tilde{r}_t) U_c(c_{t+1}, H-l_{t+1})$ → intertemporal.
- $\underbrace{1+\tilde{r}_t}_{\text{ret. bonos}} = \underbrace{\left(1-\delta + (1-\tau_{t+1}^k) q_{t+1}\right)}_{\text{retornos al capital}}$ → cond. no arbitraje.
- $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{c_t}{(1+\tilde{r}_1) \cdots (1+\tilde{r}_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-\tau_t^l) w_t n_t}{(1+\tilde{r}_1) \cdots (1+\tilde{r}_{t-1})} + (1+r_0) b_0 + ((1-\tau_1^k) q_1 + 1 - \delta) k_0$

Problema de la firma:

$\max \; f(k_{t-1}, l_t) - w_t l_t - q_t k_{t-1}$

Cond. optimalidad:

$w_t = f_l(k_{t-1}, l_t)$

$q_t = f_k(k_{t-1}, l_t)$

Problema de Ramsey:

$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} U(c_t, H-l_t)$ s.a.

1. ~~Restricción presup. del gobierno.~~ — por ley de Walras la podemos sacar del problema.
2. Restricción de recursos.
3. Condiciones de optimalidad de hogares y firmas:

   - inter
   - intra
   - cond. no arbitraje
   - restricción presup. hogares.
   - $w_t = f_l(k_{t-1}, l_t)$
   - $q_t = f_k(k_{t-1}, l_t)$

Restricción del hogar:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{c_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-\tau_t^{\ell})\, w_t\, n_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} + (1+r_0)\, b_0 + ((1-\tau_1^{k})q_1+1-\delta)\, k_0$$

$$U_c(c_t, H-n_t) = \beta(1+\tilde{r}_t)\, U_c(c_{t+1}, H-n_{t+1})$$

$$\frac{1}{1+\tilde{r}_t} = \beta\, \frac{U_c(c_{t+1}, H-n_{t+1})}{U_c(c_t, H-n_t)}$$

$$\left(\frac{1}{1+\tilde{r}_1}\right)\cdots\left(\frac{1}{1+\tilde{r}_{t-1}}\right) = \beta^{t-1}\, \frac{U_c(c_t, H-n_t)}{U_c(c_1, H-n_1)}$$

$$U_n(c_t, H-n_t) = w_t(1-\tau_t^{\ell})\, U_c(c_t, H-n_t)$$

$$\Rightarrow \quad w_t(1-\tau_t^{\ell}) = \frac{U_n(c_t, H-n_t)}{U_c(c_t, H-n_t)}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \underbrace{\beta^{t-1}\, \frac{U_c(c_t, H-n_t)}{U_c(c_1, H-n_1)}\left[c_t - \frac{U_n(c_t, H-n_t)}{U_c(c_t, H-n_t)}\, n_t\right]}_{} = (1+r_0)\, b_0 + ((1-\tau_1^{k})q_1+1-\delta)\, k_0$$

$$\frac{U_c(c_t, H-n_t)}{U_c(c_1, H-n_1)} \cdot c_t - \frac{U_n(c_t, H-n_t)}{U_c(c_1, H-n_1)}\, n_t$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\left[U_c(c_t, H-n_t)\, c_t - U_n(c_t, H-n_t)\, n_t\right] = U_c(c_1, H-n_1)\Big((1+r_0)\, b_0 + ((1-\tau_1^{k})q_1+1-\delta)\, k_0\Big)}$$

└ restricción de implementabilidad.

Ramsey problem:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, H-l_t) \qquad \text{s.a.}$$

- $c_t + k_t + G_t = F(k_{t-1}, l_t) + (1-\delta)\, k_{t-1}$
- restricción de implementabilidad.
- k_0, b_0 dados.